

数 学

(数 I ・ 数 II ・ 数 A ・ 数 B)

(注意事項)

1. 解答開始の指示があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子と解答用紙は別になっています。
3. 解答用紙の各ページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。
4. 計算等が必要な場合は問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 試験終了後は問題冊子を持ち帰りなさい。

数学

第 1 問

$f(x) = -2x^2 + 4x + 4$, $g(x) = -2x^2 - 4x + 3$ とする。2 次関数 $y = f(x)$, および $y = g(x)$ のグラフの頂点をそれぞれ A, B とする。このとき, 以下の問に答えよ。

- (1) $y = g(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフをどのように平行移動させたものか答えよ。
- (2) 線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ が正三角形となるような点 C の座標を全て求めよ。

第2問

以下の問に答えよ。

- (1) ユークリッドの互除法を用いて、 $\frac{286}{988}$ を約分せよ。
- (2) 10進法で表された 2019 を 8進法で表せ。
- (3) 一の位の数^{けた}が a_1 、十の位の数^{けた}が a_2 、百の位の数^{けた}が a_3, \dots 、であるような n 桁^{けた} ($n = 1, 2, 3, \dots$) の正の整数 p について、各位の数の和が 9 の倍数ならば p は 9 の倍数であることを証明せよ。

数学

第3問

a, b を実数とし、 $a \neq 0$ とする。このとき、1次関数 $f(x) = ax + b$ に対して、以下の問に答えよ。

(1) $\left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^3$ を求めよ。

(2) $\int_0^1 \{f(x)\}^3 dx$ を求めよ。

(3) $a < 0$ かつ $a + b \geq 0$ ならば、以下の不等式

$$\left\{ \int_0^1 f(x) dx \right\}^3 < \int_0^1 \{f(x)\}^3 dx$$

が成り立つことを証明せよ。

第4問

正の奇数を小さい順に並べて得られる数列 $1, 3, 5, 7, \dots$ を $\{a_n\}$ で表す。また、数列 $\{a_n\}$ を次のような群に分ける。ただし、 $m = 1, 2, 3, \dots$ に対して、第 m 群に入る項の個数は $2m - 1$ (個) である。このとき、以下の問に答えよ。

第1群： 1
第2群： 3, 5, 7
第3群： 9, 11, 13, 15, 17
第4群： 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31
第5群： 33, \dots
 \vdots

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 第1群から第 m 群までに入る項の個数の和を求めよ。
- (3) 第20群の先頭から数えて19番目の項の値を求めよ。
- (4) $m = 1, 2, 3, \dots$ に対して、第 m 群の先頭から数えて m 番目の項を取り出して小さい順に並べた数列 $1, 5, 13, 25, \dots$ を $\{b_m\}$ で表す。このとき、数列 $\{b_m\}$ の一般項を求めよ。